

Matière : Maths 1

Série de TD N°1

Exercice 1 :

1. Montrer que si $a, b \in \mathbb{Q}$ alors $a + b \in \mathbb{Q}$ (**Raisonnement direct**)
2. Soit $k, k' \in \mathbb{N}^*$. Montrer que si $kk' = 1$ alors $k = k' = 1$ (**Raisonnement par contraposition**)
3. Soient $n > 0$. Démontrer que si n est le carré d'un entier alors $2n$ n'est pas le carré d'un entier (**Raisonnement par l'absurde**)
4. Montrer par **récence** que : pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Exercice 2 :

Pour chacune des applications f suivantes, dire si elle est injective, surjective, bijective :

- a. 1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$, 2) $f: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$, 3) $f: [0, +\infty[\rightarrow [0, +\infty[, x \mapsto x^2$

Exercice 3 :

Soit f une application définie par :

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x, y) \mapsto (x', y') = f(x, y) = (x - y, x + y)$$

Montrer que f est bijective. Déterminer sa réciproque (f^{-1}).

Exercice 4 :

- a. Soient f et g les deux applications de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définies par :

$$f(x) = 3x + 1, \quad g(x) = x^2 - 1$$

Calculer $f \circ g$ et $g \circ f$. A-t-on $f \circ g = g \circ f$?