

SELEKSI OSN MIPA



SEKOLAH DASAR/ MADRASAH IBTIDAIYAH

MATA PELAJARAN : MATEMATIKA

DINAS PENDIDIKAN TULUNGAGUNG



TAHUN 2013

PEMBAHASAN SOAL BABAK FINAL

1. Jika diketahui : $3^a = 4, 4^b = 5, 5^c = 6, \dots, 8^f = 9$

Maka nilai dari $(abcdef)^3$ adalah...

Jawab :

$$3^a = 4, 4^b = 5, 5^c = 6, \dots, 8^f = 9$$

$$(3^a)^b = 5 \rightarrow 3^{ab} = 5$$

$$((3^a)^b)^c = 6 \rightarrow 3^{abc} = 6$$

$$(((3^a)^b)^c)^d = 7 \rightarrow 3^{abcd} = 7$$

$$((((3^a)^b)^c)^d)^e = 8 \rightarrow 3^{abcde} = 8$$

$$((((((3^a)^b)^c)^d)^e)^f = 9 \rightarrow 3^{abcdef} = 9$$

$$\leftrightarrow 3^{abcdef} = 3^2 \rightarrow abcdef = 2$$

$$\text{Jadi } 5.abcdef = 5.2 = \mathbf{10}$$

2. Tentukan nilai jumlah angka – angka pada $9 + 99 + 999 + \dots + 9.999.999.999$

Jawab :

	2	3	4	5	6	7	8	9	9		
	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	$(10 \times 9) = 90$
		9	9	9	9	9	9	9	9	9	$(10 \times 9) = 90$
			9	9	9	9	9	9	9	9	$(9 \times 9) = 81$
				9	9	9	9	9	9	9	$(7 \times 9) + 8 = 71$
					9	9	9	9	9	9	$(6 \times 9) + 7 = 61$
						9	9	9	9	9	$(5 \times 9) + 6 = 51$
							9	9	9	9	$(4 \times 9) + 5 = 41$
								9	9	9	$(3 \times 9) + 4 = 31$
									9	9	$(2 \times 9) + 3 = 21$
										9	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0

3. $\frac{5}{11}$ dari peserta suatu lomba lari adalah laki-laki, $\frac{1}{4}$ dari peserta perempuan tidak mencapai finish. Jumlah peserta perempuan yang mencapai garis finish adalah 855 orang. Berapa jumlah peserta dalam perlombaan tersebut ?

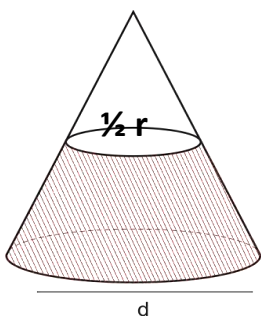
Misal jumlah semua peserta = x

- Peserta laki-laki $= \frac{5}{11}x \rightarrow$ peserta perempuan $\frac{6}{11}x$
- Peserta perempuan yang tidak mencapai finish $:\frac{1}{4} \cdot \frac{6}{11}x = \frac{6}{44}x$
- Peserta perempuan yang mencapai finish $:\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{11}x = \frac{18}{44}x$

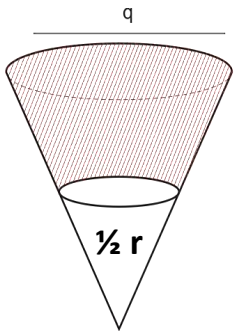
$$\frac{18}{44}x = 855 \rightarrow x = 855 \cdot \frac{44}{18} = 2.090$$

Jadi jumlah semua peserta = **2.090 orang**

4. Dua kerucut identik A dan B berisi air. Tinggi air pada kerucut A dan B masing-masing setengah dari tinggi kerucut. Jari-jari dari batas ketinggian air adalah setengah dari jari-jari alas kerucut. Tentukan perbandingan volume air pada kerucut A dan B.



$$\begin{aligned} V_A &= V_1 - V_2 \\ &= \frac{1}{3}\pi \cdot r_1 \cdot r_1 \cdot t_1 - \frac{1}{3}\pi \cdot r_2 \cdot r_2 \cdot t_2 \\ &= \frac{1}{3}\pi (r \cdot r \cdot t - \frac{1}{2} \cdot r \cdot \frac{1}{2} \cdot r \cdot t) \\ &= \frac{1}{3}\pi \cdot r \cdot r \cdot t (1 - \frac{1}{8}) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} V_B &= \frac{1}{3}\pi \cdot r \cdot r \cdot t \\ &= \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot r \cdot \frac{1}{2} \cdot r \cdot \frac{1}{8} t \\ &= \frac{1}{3}\pi \cdot r \cdot r \cdot t \cdot \frac{1}{8} \\ V_A : V_B &= \frac{\frac{1}{3}\pi \cdot r \cdot r \cdot t \cdot \frac{7}{8}}{\frac{1}{3}\pi \cdot r \cdot r \cdot t \cdot \frac{1}{8}} \\ &= \mathbf{7 : 1} \end{aligned}$$

5. Hasil tes matematika kelas 5 telah diumumkan.

Nilai rata-rata kelas 5A adalah 7, sedangkan untuk kelas 5B rata ratanya adalah 8.

Jika ada 27 siswa di kelas 5A dan 23 siswa di kelas 5B, berapakah nilai rata-rata untuk kedua kelas itu ?

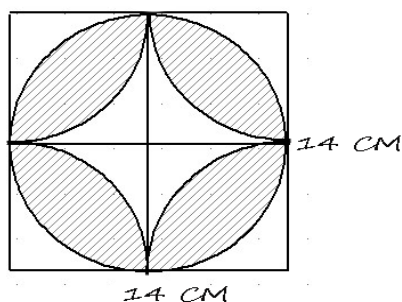
Jawab :

$$X_a = 7, n_a = 27, X_b = 8, n_b = 23$$

$$X_{gab} = \frac{x_a \cdot n_a + x_b \cdot n_b}{n_a + n_b}$$

$$\leftrightarrow \frac{7 \cdot 27 + 8 \cdot 23}{27 + 23} \leftrightarrow \frac{189 + 184}{50} = \frac{373}{50} = \mathbf{7,46}$$

6. Find the ratio of the area of the shaded region to the area of the longer square!



Jawab : Cara panjang

Luas daerah yang terasir = Luas Persegi - Luas $\frac{1}{4}$ Lingkaran

$$= 7 \times 7 - \frac{1}{4} \cdot \frac{22}{7} \cdot 7 \cdot 7$$

$$= 49 - \frac{77}{2} = \mathbf{10,5 \text{ cm}^2}$$

Luas daerah yang diarsir

$$= L - 2 \cdot (10,5)$$

$$= 49 - 21 = \mathbf{28 \text{ cm}^2}$$

Perbandingan Luas daerah yang diarsir : Luas persegi = $4.28 : 14.14 = \mathbf{4 : 7}$

Cara cepat

Luas daerah yang diarsir : Luas persegi

$$= 4 \cdot \frac{4}{7} r^2 : 5.5$$

$$= 4 \cdot \frac{4}{7} \cdot 7 \cdot 7 : 14.14$$

$$= \mathbf{4:7}$$

7. Jika $x : y = 3 : 4$, maka nilai dari $\frac{x}{x-y} - \frac{x^2}{x^2+y^2}$ adalah . . .

Jawab :

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{4}, \rightarrow \frac{x}{x-y} = \frac{\frac{3y}{4}}{\frac{3y}{4}-y} = \frac{\frac{3y}{4}}{\frac{3y-4y}{4}} = \frac{3y}{4} \cdot \frac{4}{-y} = -3$$

$$x = \frac{3y}{4} \rightarrow \frac{x^2}{x^2+y^2} = \frac{(\frac{3y}{4})^2}{(\frac{3y}{4})^2+y^2} = \frac{\frac{9y^2}{16}}{\frac{9y^2}{16}+y^2} = \frac{9y^2}{16} \cdot \frac{16}{25y^2} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{x}{x-y} - \frac{x^2}{x^2+y^2} = -3 - \frac{9}{25} = -\frac{75}{25} - \frac{9}{25} = -\frac{\mathbf{84}}{\mathbf{25}}$$

8. Find the sum of integer numbers between 9.000 and 10.000 that divisible by 5 but can't divide by 4.

Jawab : Jumlah bilangan antara 9.000 s.d 10.000 yang habis dibagi 5

$$9.005 + 9.010 + 9.015 + \dots 9.985 + 9.990 + 9.995$$

$$n = \left\{ \frac{(9995-9005)}{5} \right\} + 1 \rightarrow \frac{990}{5} + 1 = 198 + 1 = 199$$

$$\text{jumlah deret} = \frac{(9995-9005).199}{5} = 1.890.500$$

49 habis di bagi 4

$$9.020 + 9.040 + 9.060 + \dots + 9.980$$

$$n = \left\{ \frac{9980-9020}{20} \right\} + 1 \rightarrow \frac{960}{20} + 1 = 48 + 1 = 49$$

$$\text{Jumlah deret} = \frac{(9.020-9.980).49}{2}$$

$$= \frac{19.000.49}{2} = \mathbf{465.500}$$

Jumlah bilangan antara 9.000 s.d 10.000 yang habis dibagi 5, tetapi tidak habis dibagi 4 adalah : $1.890.500 - 465.500 = \mathbf{1.425.000}$

9. Sebuah bilangan 4 digit **x56y** habis di bagi 9, dimana **x** dan **y** adalah digit pertama dan digit terakhir, berapakah nilai **x + y** yang mungkin?

Jawab :

Bilangan 4 digit x56y habis dibagi 9x+y yang mungkin ...

Syarat bilangan habis dibagi 9 adalah jumlah digitnya habis dibagi 9

$$x+5+6+y = \text{kelipatan } 9$$

$$x+y+11 = 9$$

$$\text{nilai } x+y \text{ terbesar adalah } 9+9 = 18$$

$$\text{sehingga } 18+19 = 37 = 3+7=10 \text{ (tidak habis dibagi 10)}$$

Bilangan kelipatan 9, lebih dari 11 dan kurang dari 37 adalah 18 dan 27

$$\text{Maka : } (x+y) + 11 = 18 \rightarrow x+y=18-11 = 7$$

$$(x+y)+ 11 = 27 \rightarrow x+y=27-11 = 16$$

Jadi nilai (x+y) yang mungkin adalah **7 dan 16**

10. Jika $\frac{2013}{7000}$ ditulis dalam bentuk desimal, maka angka ke 2.013 di belakang koma adalah

Jawab :

$$\frac{2013}{7000} = 0,2875714... \quad (\text{berulang 7 digit})$$

Karena $\frac{2013}{7} = 287$ bersisa 4 maka angka ke 2013 di belakang koma adalah **5**