التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(1,1,-1)$ و $B(0,1,-2)$ و $C(3,2,1)$ و الفلكة (S) التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-2x-2z-1=0$

0,50 ن	1		بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1,0,1)$ و أن شعاعها يساوي $\sqrt{3}$.
0,75 ن	2	أ	بين أن : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ و تحقق من أن : $x-z-2=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)
1,00 ن	2	ب	تحقق من أن : $d(\Omega,(ABC))=\sqrt{2}$ ثم بين أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها 1 .
	3		ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω العمودي على المستوى (ABC) .
0,25 ن	3	أ	بين أن : $\begin{cases}x=1+t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$; $(t\in\mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) .
0,25 ن	3	ب	بين أن مثلوث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (ABC) هو $(2,0,0)$.
0,25 ن	3	ج	استنتج مركز الدائرة (Γ) .

التمرين الثاني : (3 ن)

0,75 ن	1		حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-12z+61=0$
	2		نعتبر المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي : a و b و c بحيث : $a=6-5i$ و $b=4-2i$ و $c=2+i$.
0,50 ن	2	أ	أحسب $\frac{a-c}{b-c}$ و استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية .
			نعتبر الإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ حيث لحق $\vec{u}$ هو $(1+5i)$
0,50 ن	2	ب	تحقق أن لحق النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T هو $d=3+6$.
0,75 ن	2	ج	بين أن : $\frac{d-c}{b-c}=-1+i$ و أن : $\frac{3\pi}{4}$ عمدة للعدد العقدي $-1+i$
0,50 ن	2	د	استنتج قياسا للزاوية الموجهة $(\widehat{\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}})$.

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي كيس على ثماني بيدقات : بيدقة واحدة تحمل العدد 0 و خمس بيدقات تحمل العدد 1 و بيدقتان تحملان العدد 2 (لا يمكن التمييز بينها باللمس) .

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس و نعتبر الأحداث التالية :

A: " الحصول على ثلاث بيدقات تحمل أعدادا مختلفة مثنى مثنى " .

B: " مجموع الأعداد التي تحملها البيدقات المسحوبة يساوي 5 "

C: " مجموع الأعداد التي تحملها البيدقات المسحوبة يساوي 4 " .

3,00 ن			بين أن : $p(A)=\frac{5}{28}$ و $p(B)=\frac{5}{56}$ و $p(C)=\frac{3}{8}$

www.baclive.blogspot.com

التمرين الرابع : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{10}{11}u_n + \frac{12}{11} \ ; \ (\forall n\epsilon\mathbb{N}) \\ u_0 = 11 \end{cases}$$

0,25 ن	1		تحقق من أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}) \ ; \ u_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(u_n - 12)$
0,50 ن	2	أ	بين بالترجع أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}) \ ; \ u_n < 12$
0,50 ن	2	ب	بين أن المتتالية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ تزايدية قطعا .
0,25 ن	2	ج	استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ متقاربة.
	3		لتكن $(v_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ المتتالية العددية بحيث : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}) \ ; \ v_n = u_n - 12$.
0,75 ن	3	أ	بين أن المتتالية $(v_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{10}{11}$ ثم أكتب v_n بدلالة n .
0,75 ن	3	ب	بين أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}) \ ; \ u_n = 12 - \left(\frac{10}{11}\right)^n$ ثم أحسب النهاية $\lim\limits_{n\infty} u_n$

التمرين الخامس : (8 ن)

I لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 - 1 + 2x^2 \ln x$

0,75 ن	I 1		بين أن : $(x^2 - 1)$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على $]0;1[$. ثم استنتج أن : $\forall \ x \ \epsilon \ ]0;1] \ ; \ g(x) \leq 0$
0,75 ن	I 2		بين أن $(x^2 - 1)$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على $]1;+\infty[$ ثم استنتج أن : $\forall \ x \ \epsilon \ [1;+\infty[\ ; \ g(x) \geq 0$

II نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x) = (x^2 - 1)\ln x$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $3\ cm^2$)

0,50 ن	II 1	أ	بين أن : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ و أوِّل النتيجة هندسيا .
1,00 ن	II 1	ب	أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ و استنتج أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .
1,25 ن	II 2	أ	بين أن : $\forall \ x \ \epsilon \ ]0;+\infty[\ ; \ f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ (و أوِّل هندسيا النتيجة $f'(1) = 0$).
0,50 ن	II 2	ب	استنتج أن الدالة f تناقصية على المجال $]0;1]$ و تزايدية على المجال $[1;+\infty[$.
0,50 ن	II 2	ج	إعط جدول تغيرات الدالة f على $]0;+\infty[$ ثم بين أن : $\forall \ x \ \epsilon \ ]0;+\infty[\ ; \ f(x) \geq 0$.
1,00 ن	II 3		أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.
0,50 ن	II 4	أ	بين أن : $u : x \to \frac{x^3}{3} - x$ دالة أصلية للدالة $v : x \to x^2 - 1$ على $\mathbb{R}$.
1,00 ن	II 4	ب	باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_1^2 (x^2 - 1)\ln x \, dx = \frac{2}{9}(1 + 3\ln 2)$
0,25 ن	II 4	ج	أحسب بـ cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 2$.

www.baclive.blogspot.com